



NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2017

WISKUNDE: VRAESTEL II

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur

150 punte

Hierdie nasienriglyne is opgestel vir gebruik deur eksaminators en sub-eksaminators van wie verwag word om almal 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die riglyne konsekwent vertolk en toegepas word by die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen bespreking of korrespondensie oor enige nasienriglyne voer nie. Ons erken dat daar verskillende standpunte oor sommige aangeleenthede van beklemtoning of detail in die riglyne kan wees. Ons erken ook dat daar sonder die voordeel van die bywoning van 'n standaardiseringsvergadering verskillende vertolkings van die toepassing van die nasienriglyne kan wees.

AFDELING A**VRAAG 1**

- (a) 0,7337 (Die tweede punt word toegeken vir korrekte afronding.)
- (b) C
- (c) $A = 0,6268$
 $B = 0,0264$
- (d) Nee, jy sal ekstrapoleer. (Die tweede punt is vir die konsep van ekstrapolasie.)

VRAAG 2

(a) $m_{OA} = \frac{4-0}{2-0} = 2$
 $\tan \hat{A}OB = 2$
 $\hat{A}OB = 63,43^\circ$

(b) $m_{\perp} = -\frac{1}{2}$
 Middelpunt van OA = (1;2)
 $\therefore y = -\frac{1}{2}x + c$
 Vervang (1; 2)
 $\therefore 2 = -\frac{1}{2} + c$
 $\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

(c) $x = 3$

(d) $y = -\frac{1}{2}(3) + \frac{5}{2}$
 $y = 1$
 $\therefore (x-3)^2 + (y-1)^2 = r^2$
 Vervang (0; 0)
 $\therefore (0-3)^2 + (0-1)^2 = r^2$
 $\therefore r^2 = 10$
 $\therefore (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$

VRAAG 3

- (a) (1) $\sin(31^\circ + 22^\circ) = k$
 $= \sin 53^\circ$
 $= k$
- (2) $\cos(90^\circ + 53^\circ)$
 $= -\sin 53^\circ$
 $= -k$ (2)
- (3) $\cos(75^\circ - 22^\circ)$
 $= \cos 53^\circ$
 $= \sqrt{1 - k^2}$ (Daar is 'n metodepunt vir berekeninge.)

(b)
$$\frac{\cos \theta}{2 \sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \frac{1}{2 \sin \theta} - \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \frac{2 \sin^2 \theta}{2 \sin \theta}$$

$$= \sin \theta$$

Dus LK = RK

- (c) $3 \sin^2 \theta - 2 \sin \theta = 0$
 $\sin \theta (3 \sin \theta - 2) = 0$
 $\sin \theta = 0$
 $\theta = 0^\circ + k180^\circ$
 Alternatief: $\theta = 0^\circ + k360^\circ$ **OF** $\theta = 180^\circ + k360^\circ$
OF
 $\sin \theta = \frac{2}{3}$
 $\theta = 41,8^\circ + k360^\circ$ **OR** $\theta = 138,2^\circ + k360^\circ$ $K \in \mathbf{Z}$

VRAAG 4

(a) $M(3;-1)$

(b) $(0 - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$

$$y^2 + 2y - 15 = 0$$

$$(y + 5)(y - 3) = 0$$

$$y = -5 \text{ OR } y = 3$$

$C(0;3)$

(c)
$$m_{CM} = \frac{3 - (-1)}{0 - 3} = -\frac{4}{3}$$

$$m_{AC} = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 3$$

(d) $0 = \frac{3}{4}x + 3$

$x = -4$

$A(-4; 0)$

$(x - 3)^2 + (0 + 1)^2 = 25$

$(x - 3)^2 = 24$

$$x = 3 \pm \sqrt{24}$$

$AB = 4 \text{ eenhede} - 1,9 \text{ eenhede}$

$AB = 2,1 \text{ eenhede}$

VRAAG 5

(a) Te bewys: $\hat{C}AE = \hat{A}BC$

Konstruksie: Verwys na diagram vir die konstruksie.

Bewys:

$\hat{O}AC + \hat{C}AE = 90^\circ$ (Raaklyn loodreg op lyn deur middelpunt)

$\hat{F}CA = 90^\circ$ (Hoeke in halfsirkel)

$\hat{O}FC + \hat{O}AC = 90^\circ$ (Hoeke in driehoek)

Dus

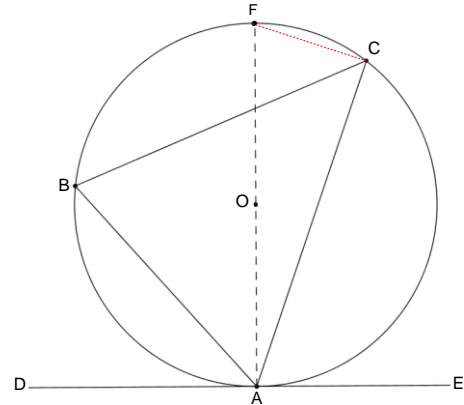
$\hat{O}FC = \hat{C}AE$

Maar

$\hat{O}FC = \hat{A}BC$ (Hoeke in dieselfde segment)

Dus

$\hat{C}AE = \hat{A}BC$



(b) $\hat{B}_3 = 70^\circ$ (Hoeke in dieselfde segment)

$\hat{F}_2 = 52^\circ$

$\hat{G}_1 + \hat{G}_2 = 70^\circ$ (Buitehoek van koordevierhoek gelyk aan die teenoorstaande binnehoek)

$\hat{F}_2 = \hat{G}_2 = 52^\circ$ (Raaklyn-koord-stelling)

$\hat{G}_1 = 18^\circ$

VRAAG 6

- (a) $A = 50$
- (b) 400
- (c) $P = 50$ en $M = 100$
- (d) $Q_3 = 310$ (benader)
 $Q_1 = 200$
 $IKV = 110$
- (e) Gemiddelde = 250
- (f) (1) Dit sal dieselfde bly. Dit is net die boonste 25% van die data wat beïnvloed word.
- (2) Standaardafwyking sal afneem. Die verskil tussen die nuwe gemiddelde en die data sal afneem.
- (3) Dit sal die data skeef trek na links. Daar is baie hoë waardes en minder lae waardes.

AFDELING B**VRAAG 7**

(a) $m_{OA} = 3$

Vergelyking van lyn OA is $y = 3x$ Vergelyking van lyn EF is $2y + x = 10$

$$2(3x) + x = 10$$

$$7x = 10$$

$$x = \frac{10}{7} \quad (\text{Dit verteenwoordig die hoogte van die driehoek.})$$

$$y = \frac{30}{7}$$

Koördinate van punt E

$$2y + 0 = 10$$

$$y = 5$$

E(0; 5)

$$\text{Oppervlakte van } \triangle EBO = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{10}{7}$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle EBO = \frac{25}{7} \text{ eenhede}^2$$

(b) C(4; 0)

$$2(0) + x = 10$$

$$x = 10$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle DCF = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{18}{5}$$

$$\text{Oppervlakte van } \triangle DCF = \frac{54}{5} \text{ eenhede}^2$$

VRAAG 8

(a) (1) $OC = \sqrt{(3-0)^2 + (1-(-2))^2} = \sqrt{18}$

(2) B(6; -2)

(3) $m_{OC} = \frac{3}{3} = 1$

$\therefore \hat{OCB} = 45^\circ$

$\therefore \hat{COB} = 90^\circ$ (hoeke van Δ)

$\therefore \hat{CAB} = 45^\circ$ (hoek by middelpunt)

Alternatiewe oplossing:

$6^2 = 18 + 18 - 2(18)\cos\hat{COB}$

$\hat{COB} = 90^\circ$

$\therefore \hat{CAB} = 45^\circ$ (hoek by middelpunt)

(b) Omtrek = $2\pi r$

Omtrek = $2\pi\sqrt{18}$ eenhede of 26,66 eenhede

$\hat{COB} = 60^\circ$ (Hoek by middelpunt = 2 x hoek by omtrek)

Die grootte van θ nadat B na nuwe posisie beweeg het:

$\frac{9}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{18}\sqrt{18}\sin\theta$ (Oppervlaktereël)

$\theta = 30^\circ$

B moet 90° antikloksgewys beweeg.

Dus:

Punt B moet $2\pi\sqrt{18} \times \frac{90^\circ}{360^\circ}$ beweeg.

OF

Punt B moet 6,66 eenhede beweeg.

VRAAG 9

(a) \hat{C} is 'n gemeenskaplike hoek.

$$\hat{D}_2 = \hat{A} \quad (\text{Raaklyn-koord-stelling})$$

Dus

$$\triangle ADC \parallel \triangle DBC \quad (\text{HHH}) \quad \text{OF} \quad \hat{B}_2 = \hat{A} \quad (\text{Hoeke in 'n driehoek})$$

(b) $\frac{DC}{BC} = \frac{AC}{DC} \quad (\triangle ADC \parallel \triangle DBC)$

$$DC^2 = AC \cdot BC$$

maar

$$AC = AB + BC$$

Dus:

$$DC^2 = BC (AB + BC)$$

$$DC^2 = AB \cdot BC + BC^2$$

$$AB \cdot BC = DC^2 - BC^2$$

VRAAG 10

(a) $\hat{ADL} = 90^\circ \quad (\text{Hoek in halfsirkel}) \quad (\text{een punt vir die rede})$

$$\hat{ACB} = 90^\circ$$

Dus:

$$DL \parallel CB \quad (\text{Omgekeerde: Ooreenkomstige hoeke is gelyk})$$

(b) $LC = LA \quad (\text{radii van die groot sirkel})$

$$SD = SL = SA \quad (\text{radii van klein sirkel})$$

Maar

$$LA = SA + SL$$

Dus:

$$LC = 2SD$$

Alternatiewe oplossing:

$AD = DC$ (omgekeerde: middelpunt $DL \parallel BC$)

In $\triangle ACL$:

$DS \parallel CL$ (middelpuntstelling)

$$\therefore LC = 2SD$$

(c) $AS = SL$ en $AL = LB$; radii

$$\therefore \frac{SL}{AB} = \frac{1}{4}$$

(d) $LB = 15$ eenhede (radius)

$$\frac{9}{16} = \frac{LM}{15} \quad (\text{eweredigheidstelling})$$

$$LM = 8,44 \text{ eenhede}$$

VRAAG 11

- (a) (1) $BE = 2OA - ED$ (radii)
- (2) $AE = EC$ (Lyn van middelpunt is loodreg op koord)
 $BE^2 = BC^2 - EC^2$
 $(2OA - ED)^2 = BC^2 - AE^2$

- (b) Konstruksie DB

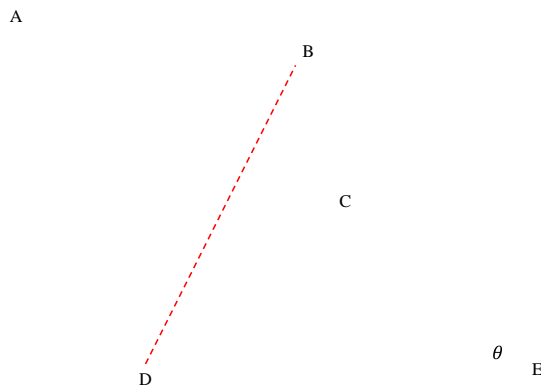
$$\hat{DBE} = \hat{BDE} \quad (\text{raaklyne getrek van gemeenskaplike koord})$$

$$\hat{DBE} = \hat{BDE} = \frac{180^\circ - \theta}{2}$$

$$\hat{A} = \frac{180^\circ - \theta}{2} \quad (\text{raaklyn-koord-stelling})$$

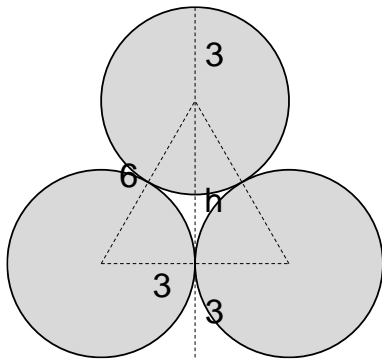
$$\hat{C} = 180^\circ - \frac{180^\circ - \theta}{2} \quad (\text{teenoorstaande hoeke van koordevierhoek})$$

$$\hat{C} = \frac{180^\circ + \theta}{2} = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$$



VRAAG 12

(a) Vooraansig van die sirkels



$$h^2 = 6^2 - 3^2 \text{ (Pythagoras)}$$

$$\therefore h = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{Hoogte van B}$$

$$3\sqrt{3} + 6$$

(b) (1) $\sin 50^\circ = \frac{(11,2)}{AB}$

$$AB = \frac{(11,2)}{\sin 50^\circ}$$

$$AB = 14,62 \text{ meter}$$

(2) 'n Aansig van die driehoek gemaak deur die twee stukke tou en die horisontale vlak:

$$\frac{\sin A}{13} = \frac{\sin 70^\circ}{14,62}$$

$$\hat{A} = 56,68^\circ$$

$$\hat{B} = 53,32^\circ$$

OPSIE 1

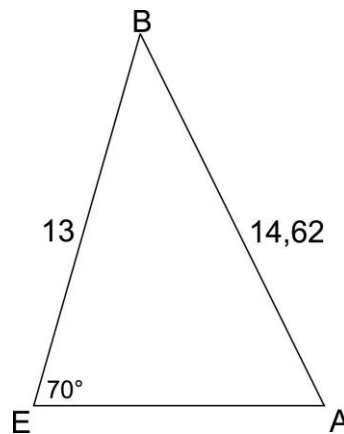
$$\frac{EA}{\sin 53,32^\circ} = \frac{14,62}{\sin 70^\circ}$$

$$EA = 12,48 \text{ meter}$$

OPSIE 2

$$EA^2 = 13^2 + 14,62^2 - 2(13)(14,62)\cos 53,32^\circ$$

$$EA = 12,48 \text{ meter}$$



Totaal: 150 punte