



NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2016

WISKUNDE: VRAESTEL II

NASIENRIGLYNE

Tyd: 3 uur

150 punte

Hierdie nasienriglyne word voorberei vir gebruik deur eksaminatore en hulpeksaminatore. Daar word van alle nasieners vereis om 'n standaardiseringsvergadering by te woon om te verseker dat die nasienriglyne konsekwent vertolk en toegepas word tydens die nasien van kandidate se skrifte.

Die IEB sal geen gesprek aanknoop of korrespondensie voer oor enige nasienriglyne nie. Daar word toegegee dat verskillende menings rondom sake van beklemtoning of detail in sodanige riglyne mag voorkom. Dit is ook voor die hand liggend dat, sonder die voordeel van bywoning van 'n standaardiseringsvergadering, daar verskillende interpretasies mag wees oor die toepassing van die nasienriglyne.

AFDELING A**VRAAG 1**

(a) Teenoorstaande hoeke is nie saam 180° nie.

(b) $\tan 45^\circ = m$
 $m = 1$
 $y = x + 8$

(c) (1) $x = 6$

(2) $B(6; 14)$ \therefore Oppervlakte $= \frac{1}{2}(8 + 14)(6) = 66$ eenhede²

VRAAG 2

(a) (1) $M = \frac{2\sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}$

$$M = \frac{2\sin \theta (\sin \theta + \cos \theta)}{(\cos \theta + \sin \theta)(\cos \theta - \sin \theta)}$$

$$M = \frac{2\sin \theta}{(\cos \theta - \sin \theta)}$$

Dus

$$M = P$$

(2) $\cos \theta - \sin \theta = 0$

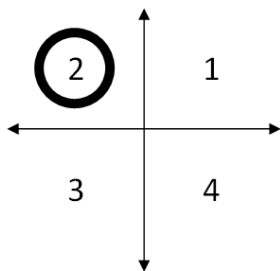
$$\cos \theta = \sin \theta$$

$$1 = \tan \theta$$

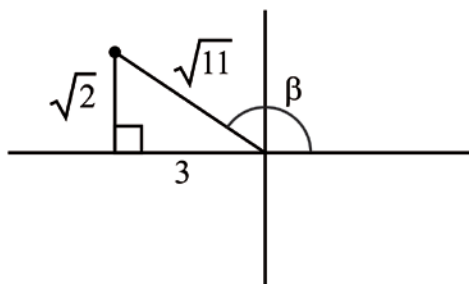
Verwysingshoek: 45°

$$\theta = \{-135^\circ; 45^\circ; 225^\circ\}$$

(b) (1)



(2) **Hoof**



diagram

$$\tan \beta = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{-3}$$

Alternatief:

$$(\sqrt{11})^2 = (\sqrt{2})^2 + x^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Aangesien $\sin \beta > 0$ en $\cos \beta < 0$ in die tweede kwadrant is.

Kwadrant 2

$x = -3$ (Hierdie punt is vir die akkuraatheid van die teken.)

$$y = \sqrt{2}$$

$$r = \sqrt{11}$$

$$= \tan \beta$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

(c) (1)

$$\cos(\alpha - 30^\circ) - \cos(\alpha + 30^\circ)$$

$$= \cos \alpha \cos 30^\circ + \sin \alpha \sin 30^\circ - (\cos \alpha \cos 30^\circ - \sin \alpha \sin 30^\circ)$$

$$= \cos \alpha \cos 30^\circ + \sin \alpha \sin 30^\circ - \cos \alpha \cos 30^\circ + \sin \alpha \sin 30^\circ$$

$$= 2 \sin \alpha \sin 30^\circ = 2 \sin \alpha \times \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \sin \alpha$$

(2)

$$\sin \alpha = 2 \sin^2 \alpha$$

$$0 = \sin \alpha (2 \sin \alpha - 1)$$

$$\sin \alpha = 0$$

$$\text{OF } \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 0^\circ + k180^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ + k360^\circ$$

$$\alpha = 150^\circ + k360^\circ$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

OF

$$(\alpha = 0^\circ + k360^\circ \text{ of } \alpha = 180^\circ + k.360^\circ)$$

VRAAG 3

- (a) Radius van sirkel Q is $9 - 5 = 4$ eenhede. (As op diagram, dan kry hulle die punt) x_Q van die middelpunt van die sirkel is $9 + 5 = 14$ eenhede.
 y_Q van die middelpunt van die sirkel is 5 eenhede.
 Dus is die vergelyking van die sirkel $(x - 14)^2 + (y - 5)^2 = 16$.

- (b) $(x - p)^2 + y^2 - 22y + 121 = -117 + 121$
 $(x - p)^2 + (y - 11)^2 = 4$
 Dus is RQ 6 eenhede. (Let Wel: As hulle 2+4 gebruik, kan hulle 'n maksimum van 2 uit 3 kry)

- (c) $PR = \sqrt{(11 - 5)^2 + (14 - 5)^2}$
 $PR = \sqrt{117}$
 $\therefore AB = \sqrt{117} - 2 - 5$
 $= 3,82$ eenhede (Vol punte vir die korrekte antwoord)

VRAAG 4

- (a) Teken AO en OC.
 Te bewys: $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$

Bewys:

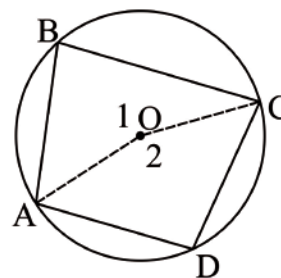
$\hat{O}_2 = 2 \times \hat{B}$ (hoek by middelpunt)

$\hat{O}_1 = 2 \times \hat{D}$ (hoek by middelpunt)

$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 360^\circ$

$\therefore 2\hat{B} + 2\hat{D} = 360^\circ$

$\therefore \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$



- (b) **Hoof:**
 $\hat{ABC} = 62^\circ$ (raaklyn-koord-stelling)
 $\hat{AOC} = 124^\circ$ (hoek by middelpunt twee keer hoek by omtrek)
 $\hat{C}_2 = \hat{A}_3 = 28^\circ$ (gelykbenige Δ OF $OC = OA$)
 $\therefore \hat{C}_1 = 37^\circ$ (\angle e in 'n Δ)

OF

Alternatief:

$\hat{A}_3 = 90^\circ - 62^\circ$ (radius \perp raaklyn)
 $= 28^\circ$

$\hat{C}_2 = \hat{A}_3 = 28^\circ$ (gelykbenige Δ OF $OC = OA$)

$\hat{ABC} = 62^\circ$ (raaklyn-koord-stelling)

$\therefore \hat{C}_1 = 37^\circ$ (\angle e in 'n Δ)

- (c) (1) $N = Q$ OF $M+N = M + Q$
- (2) $\hat{D}_1 = \hat{B}$ (buitehoek van koordevierhoek)
 $\hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C}_2$ (buitehoek van $\Delta =$ som van twee teenoorstaande binnehoeke)
 $\therefore \hat{B} = \hat{A}_1 + \hat{C}_2$

VRAAG 5

- (a) $y = 3 \sin 360^\circ + 1$
 $y = 1$
 $A(360^\circ; 1)$
- (b) $3 \sin x + 1 = -1$
 $3 \sin x = -2$
 $\sin x = \frac{-2}{3}$
 Verwysingshoek: $41,81^\circ$
 $x = \{221,81^\circ; 318,19^\circ\}$
- (c) $k > 4$ OF $k < 1$

VRAAG 6

- (a) $r = 0.9755$
 Baie sterk.
- (b) $A = 2\,788,26$
 $B = 1\,658,39$
- Lyn van beste passing.
 $y = 1\,658,39x + 2\,788,26$
- (c) Vervang 19 in vir x .
 $y = 1\,658,39(19) + 2\,788,26$
 $y = R34\,297,67$

Sy geprojekteerde inkomste op grond van sy lyn van beste passing is R34 297,67.

Die bestuurder sal dit nie as 'n suksesvolle dag beskou nie.

OF

NEE; Koppel aan die tabel deur die nommer 17 te gebruik; logiese argument

AFDELING B

VRAAG 7

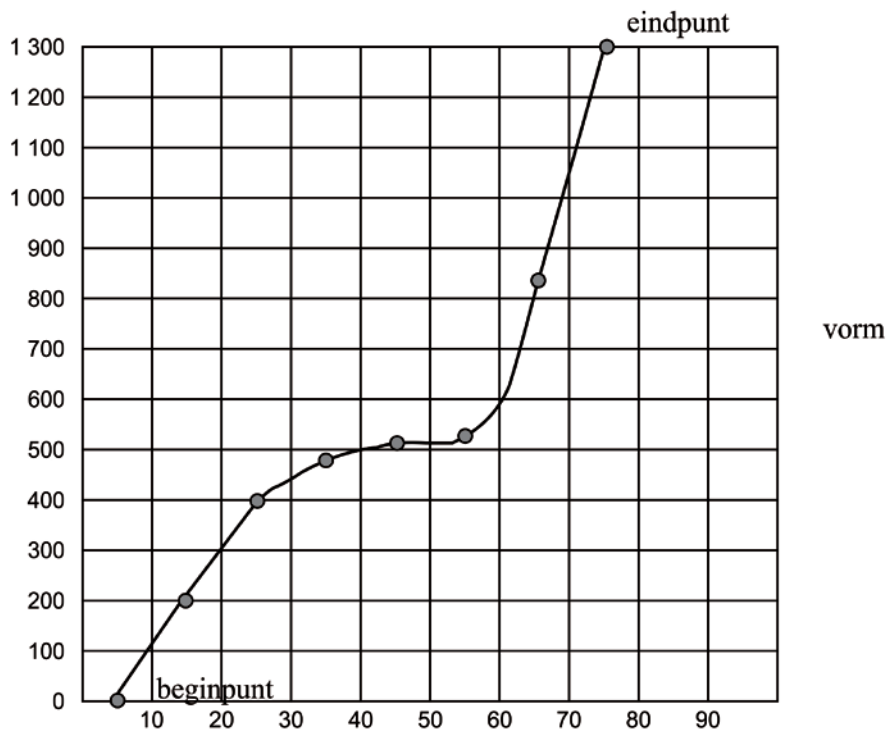
- (a) A = 250
B = 502

(b) (1) $\bar{x} \approx \frac{200(10) + 250(20) + 20(30) + 32(40) + 23(50) + 300(60) + 475(70)}{1\ 300}$

$\bar{x} \approx 47,14$ (Indien hulle die regte antwoord kry en geen berekening toon nie, dan vol punte.)

(2) $65 < x \leq 75$

(c)



- (d) (1) Nee. Skeef na links aangesien die gemiddelde kleiner is as die mediaan.

OF

Bimodaal, groot duik in die middel.

OF

Vorm van ogief is nie korrek nie.

- (2) Nee. Dit is nie 'n goeie aanwyser nie, aangesien die meerderheid van die mense wat jou produk gebruik tussen 65 en 75 is.

OF

Ja. Dit is 'n goeie aanwyser, aangesien die mense in hierdie ouderdomsbestek die produk vir hul kinders tussen die ouderdomme van 5 en 25 sal wil koop.

(Baie antwoorde moet oorweeg word.)

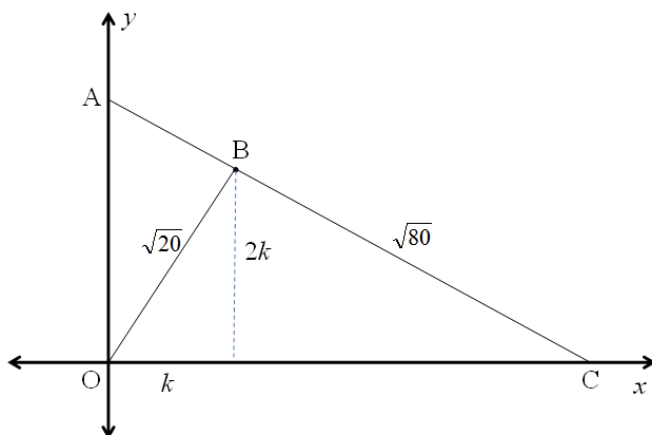
VRAAG 8

- (a) $TR = 3$
 ($TP \perp OP$ of $OR \perp RT$ OF op die diagram getrek)
 $OP^2 = 5^2 - 3^2$
 $OR = 4$
 $OP = OR$ (raaklyne van dieselfde punt getrek)
 $\therefore x_T = 4$
 $T(4;3)$ (Berekeninge kan op die diagram getoon word)
- (b) $\tan \hat{TOR} = \frac{3}{4}$
 $\hat{TOR} = 36,87^\circ$
- (c) $\hat{POR} = 2 \times 36,87^\circ = 73,74^\circ$ (eienskappe van vlieër OPTR)
 $\sin \hat{POR} = \frac{y_P}{4}$
 $y_P = 3,84$ eenhede

VRAAG 9

- (a) $OC^2 = 80 + 20$
 $OC = 10$ Pythagoras
- (b) **Hoof:**
 $\tan \hat{BCO} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{80}}$
 $= 26,57^\circ$
 $m_{AC} = -\tan 26,57$
 $m_{AC} = -0,5$
OF
Alternatief:
 Gradiënt van lyn $AC = -1 \times \frac{AO}{OC}$
 ($\triangle ABO \parallel \triangle OBC$)
 $\frac{AO}{OC} = \frac{BO}{BC} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{80}}$
 Gradiënt van $AC = -1 \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{80}} = -\frac{1}{2}$
OF
Alternatief:
 $\tan \hat{OCB} = \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{80}} = \frac{1}{2}$
 $\therefore m_{AC} = \tan(180^\circ - \hat{OCB})$
 $= -\tan \hat{BCO}$
 $= -\frac{1}{2}$

(c) Gradiënt van $OB = -\frac{1}{m_{AC}} = 2$



$(2k)^2 + k^2 = 20$ (koördinate van punt B)

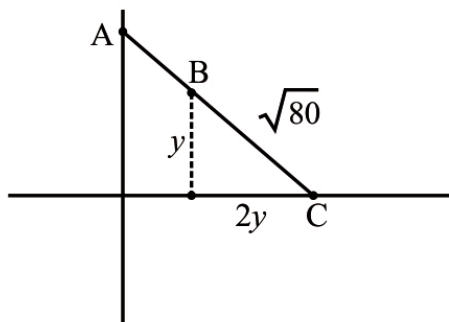
$5k^2 = 20$ $B(2; 4)$

$k = 2$

OF

Alternatief

$\tan \hat{O}CB = \frac{1}{2}$



$y^2 + 4y^2 = 80$

$y = 4$

$x_B = 10 - 2(4)$

$x_B = 2$

$B(2; 4)$

(d) Laat $\hat{C}OB = \theta$

$\hat{A}OB = 90^\circ - \theta$

$\therefore \hat{O}AB = 90^\circ - (90^\circ - \theta) = \theta$

$\therefore \hat{O}AB = \hat{C}OB$

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle OBC$ (HHH)

$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{BO}{BC}$

$\therefore AB = \frac{OB^2}{BC}$

VRAAG 10

(a) Laat $AB = 4k$ en $BC = 7k$

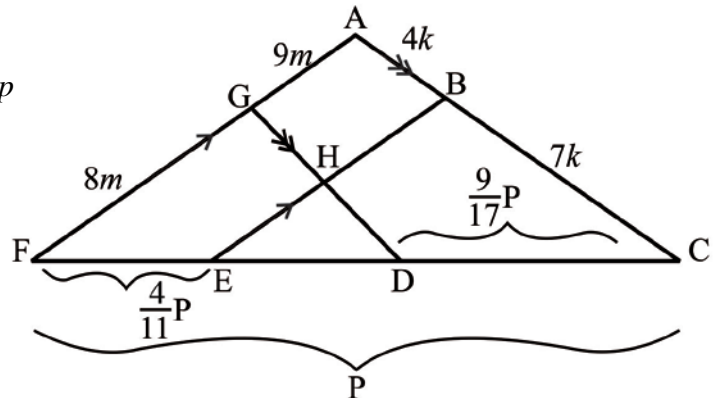
$$\therefore \frac{FE}{FC} = \frac{AB}{AC} = \frac{4}{11}; \quad (\text{eweredigheidstelling OF gebruik stelling op diagram})$$

(b) Laat $AG = 9m$ en $AF = 17m$

$$\frac{CD}{DF} = \frac{AG}{GF} = \frac{9}{8}$$

(c) As $FC = p$, dan $ED = p - \frac{9}{17}p - \frac{4}{11}p$

$$ED = \frac{20}{187}p$$



Die lengte van ED in kilometer is $\frac{20}{187} \times 374 \text{ km} = 40 \text{ kilometer}$.

Dit sal 2 000 uur neem om die spoor van E na D te bou.

OF

Alternatief:

Laat $FE = 4p$ en $EC = 7p$

$FD = 8m$ en $DC = 9m$

$$\therefore 11p = 374 \quad \therefore p = 34$$

$$17m = 374 \quad \therefore m = 22$$

$$\therefore DC = 374 - 4p - 9m$$

$$= 40 \text{ km}$$

$$\therefore 2\,000 \text{ uur}$$

OF

Alternatief:

$$FE = \frac{4}{11}(374) = 136$$

$$CD = \frac{9}{17}(374) = 198$$

$$\therefore ED = 374 - 136 - 198$$

$$= 40 \text{ km}$$

$$\therefore 4 \text{ uur} \rightarrow 40 \times 50$$

$$\therefore 2\,000 \text{ uur}$$

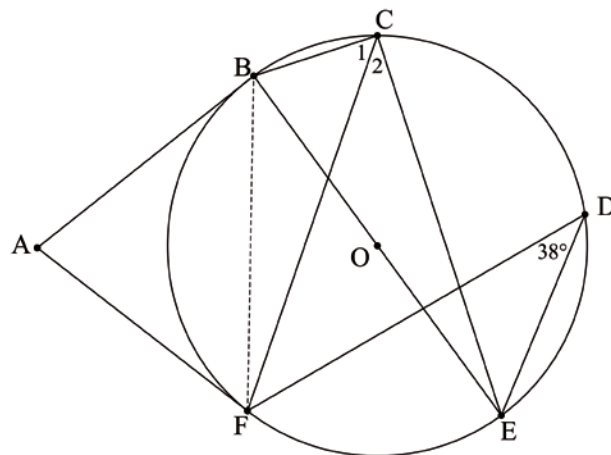
VRAAG 11

(a) $\hat{C}_2 = \hat{D}$ (hoeke in dieselfde segment)

$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 90^\circ$ (hoek in halfsirkel)

$\therefore \hat{C}_1 + \hat{D} = 90^\circ$

(b) Konstruksie: Koord BF



$$\hat{C}_1 = 90^\circ - \hat{C}_2 = 52^\circ$$

$\hat{AFB} = \hat{C}_1$ (raaklyn-koord-stelling)

$\hat{ABF} = 52^\circ$ (raaklyn-koord-stelling)

$\therefore \hat{BAF} = 76^\circ$ (hoeke van 'n Δ)

VRAAG 12

(a) Oppervlakte van $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 130^\circ$
 $= 13,8$

(b) $\hat{ABC} = 50^\circ$ (teenoorstaande hoeke van koordevierhoek)
 $\hat{ABD} = \hat{DBC}$ (gelyke koorde onderspan gelyke hoeke)
 $\therefore \hat{DBC} = 25^\circ$

(c) $BC = 12$ (lyn van middelpunt \perp koord)

$$\frac{\sin \hat{BDC}}{12} = \frac{\sin 25^\circ}{6} \text{ (sinusreël)}$$

$$\therefore \sin \hat{BDC} = 0,845\dots$$

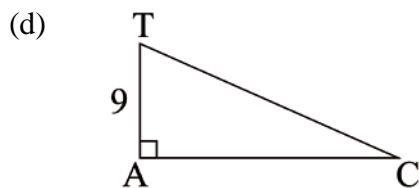
$$\hat{BDC} = 57,7^\circ$$

$$\therefore \hat{BDC} = 180 - 57,7^\circ$$

$$= 122,3^\circ$$

$$\therefore \theta = 180^\circ - 25^\circ - 122,3 \text{ (hoeke van } \triangle)$$

$$\theta = 32,7^\circ$$



$$AC^2 = 6^2 + 6^2 - 2(6)(6)\cos 130^\circ$$

$$AC^2 = 118,28\dots$$

$$\therefore AC = 10,875\dots$$

$$\therefore \tan \hat{TCA} = \frac{9}{10,875\dots}$$

$$\therefore \hat{TCA} = 39,6^\circ$$

Totaal: 150 punte