



WISKUNDE: VRAESTEL I

Tyd: 3 uur

150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
 2. Lees die vrae noukeurig deur.
 3. Beantwoord al die vrae.
 4. Nommer jou antwoorde presies soos die vrae genummer is.
 5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
 6. Al die nodige berekeningstappe moet duidelik getoon word. Antwoorde alleen sal nie noodwendig volpunte verdien nie.
 7. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
 8. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
-

AFDELING A**VRAAG 1**

(a) Los op vir x :

(1) $(x - 1)^2 = 2(1 - x)$ (4)

(2) $5^{-x} \cdot 5^{x-2} = \frac{25^{2x}}{5}$ (4)

(b) Los op vir x indien $(x + 1)^2 < 9$. (4)

(c) Indien 2 en -4 die wortels is van die vergelyking $x^2 + bx + c = 0$, bepaal die waarde van b en c . (3)

(d) Gegee: $x - 2 = \frac{-4}{x - 2} - 4$

Indien $y = x - 2$:

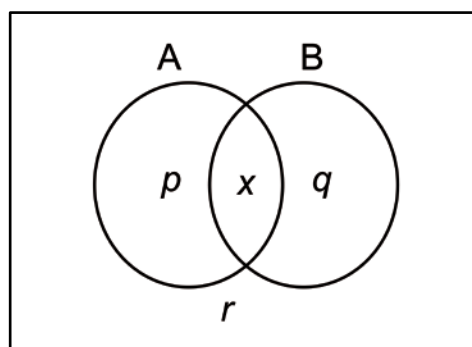
(1) Toon dat die gegewe vergelyking uitgedruk kan word as $y^2 + 4y + 4 = 0$. (2)

(2) Toon vervolgens of andersins dat die vergelyking reële en gelyke wortels het. (2)

[19]

VRAAG 2

- (a) Drie onsydige muntstukke word opgegooi.
- (1) Stel alle moontlike uitkomstevore voor deur 'n boomdiagram te gebruik. (3)
- (2) Bepaal die waarskynlikheid om twee keer stert en een keer kop (in enige volgorde) te kry. (2)
- (b) (1) Indien A en B onderling uitsluitende gebeurtenisse is, skryf $P(A \cap B)$ neer. (1)
- (2) Een muntstuk word ewekansig uit 'n spaarfles gekies. Die waarskynlikheid om 'n R5-munt uit die spaarfles te kies, is 0,36, terwyl die waarskynlikheid om 'n R2-munt uit dieselfde fles te kies, 0,47 is.
- (i) Verduidelik waarom die gebeurtenisse "kies 'n R5-munt" en "kies 'n R2-munt" onderling uitsluitende gebeurtenisse is. (1)
- (ii) Bepaal die waarskynlikheid om 'n R2-munt of 'n R5-munt uit die fles te kies. (3)
- (c) Masjien A en masjien B is twee verskillende muntslaanmasjiene wat tegelykertyd werk. Die waarskynlikheid dat masjien A 'n R5-munt slaan, is 0,4 en die waarskynlikheid dat masjien B 'n R5-munt slaan, is 0,3. Die waarskynlikheid dat die masjiene albei terselfdertyd 'n R5-munt slaan, is 0,1.
- (1) Teken die Venn-diagram in jou Antwoordboek oor en vul numeriese waardes vir p , q , r en x in.



- (2) Bereken die waarskynlikheid dat presies een van die masjiene 'n R5-munt slaan. (3)
- [17]**

VRAAG 3

Rond jou antwoorde af tot 2 desimale syfers waar nodig, tensy anders vermeld.

Die eienaar van 'n drukmaatskappy het besluit om masjinerie by China te koop.

- (a) Die koste van haar masjinerie wat van China af ingevoer sal word, is ¥480 163 (d.w.s. 480 163 Chinese joean).

Indien die wisselkoers 1 Suid-Afrikaanse rand = 0,502 Chinese joean is, bereken die totale bedrag wat sy sal betaal in Suid-Afrikaanse rand. (2)

- (b) Die invoerheffings beloop 5% van die waarde van die masjinerie wat gekoop is. Bereken die invoerheffings in rand. (2)

- (c) Die eienaar beoog om haar spaargeld te gebruik om die masjinerie te koop, wat die invoerheffings insluit. Sy het tans R225 450 in haar spaarrekening wat rente verdien teen 9,5% effektief (d.w.s. 9,5% per jaar, jaarliks saamgestel).

Bepaal **hoe lank** dit sal neem voordat sy genoeg geld in haar spaarrekening sal hê om die masjinerie te koop. (Neem aan dat die prys van die masjinerie en die invoerheffings konstant bly.) (4)

- (d) Die eienaar besluit dat sy die masjinerie onmiddellik wil koop. Sy **gebruik haar huidige spaargeld as 'n deposito** en nader die bank vir 'n lening vir die saldo wat sy nodig het.

Die bank sal haar 'n lening aanbied wat aan die einde van elke maand oor 'n tydperk van 4 jaar terugbetaal moet word teen 'n rentekoers van 1% per maand, maandeliks saamgestel.

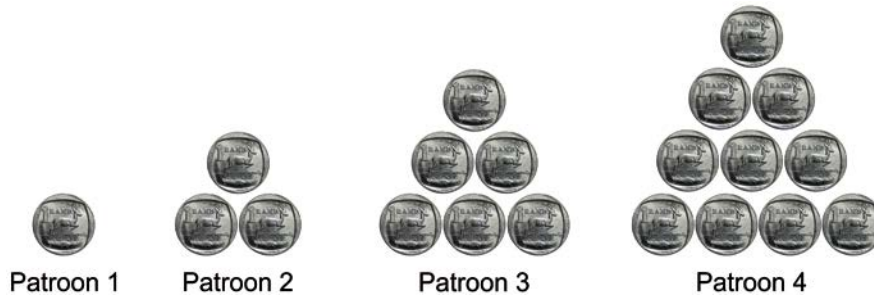
- (1) Bereken die maandelikse paaiement. (Neem aan sy ontvang die lening onmiddellik en dat die eerste betaling na een maand gedoen word.) (4)

- (2) Bereken die uitstaande saldo aan die einde van twee jaar, d.w.s. onmiddellik na die 24^{ste} betaling. (3)

[15]

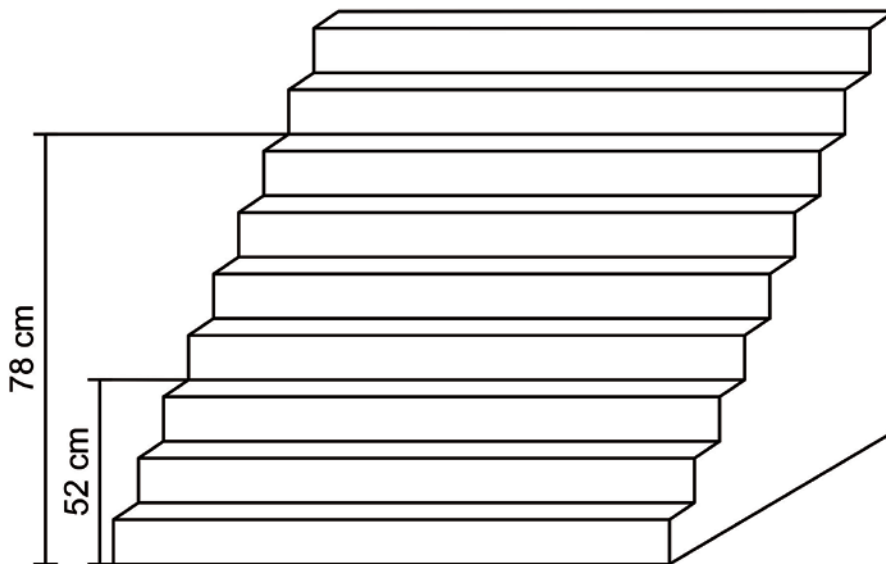
VRAAG 4

- (a) Die eerste vier patrone wat deur die rangskikking van muntstukke gevorm word, word hieronder getoon:



- (1) Toon dat die ry van patrone 'n kwadratiese ry vorm. (1)
- (2) Bepaal die n^{de} term van hierdie kwadratiese ry. (6)

- (b) Die hoogtes bo grondvlak van trappe in 'n trap vorm 'n rekenkundige ry.



Die hoogte van die 3^{de} en 7^{de} trap is onderskeidelik 52 cm en 78 cm bokant die grond.

Bepaal die hoogte bokant grondvlak van die 43^{ste} trap.

(5)
[12]

VRAAG 5

(a) $f(x) = (x - 3)^2$

(1) Bepaal $f'(x)$ uit eerste beginsels. (5)(2) Bepaal die gradiënt van f by $x = -3$. (2)

(b) Bepaal $\frac{dy}{dx}$: $y = \frac{\pi}{x} + 3\sqrt[3]{x}$. (4)

[11]**74 punte**

AFDELING B**VRAAG 6**

(a) Beskou die grafieke van $g(x) = \frac{-4}{x-3} + 2$ en $h(x) = \frac{-4}{x+2} - 3$.

(1) Skryf die definisiegebied van g neer. (1)

(2) Skryf die waardegebied van h neer. (1)

(3) Indien die grafiek van g geskuif word sodat dit saamval met die grafiek van h ,

(i) hoeveel eenhede moet die grafiek van g horisontaal geskuif word? (1)

(ii) hoeveel eenhede moet die grafiek van g vertikaal geskuif word? (1)

(b) $A\left(0; \frac{1}{4}\right)$ en $B\left(2; \frac{9}{4}\right)$ is twee punte op die grafiek van $y = f(x) = a(b)^x$ vir $x \geq 0$.

a en b is konstantes en $b > 0$.

(1) Toon dat $a = \frac{1}{4}$ en $b = 3$. (4)

(2) Teken 'n sketsgrafiek van $f(x) = \frac{1}{4}(3)^x$ vir $x \geq 0$.
Toon die afsnitte met die asse. (3)

(3) Noem die waardegebied van f . (1)

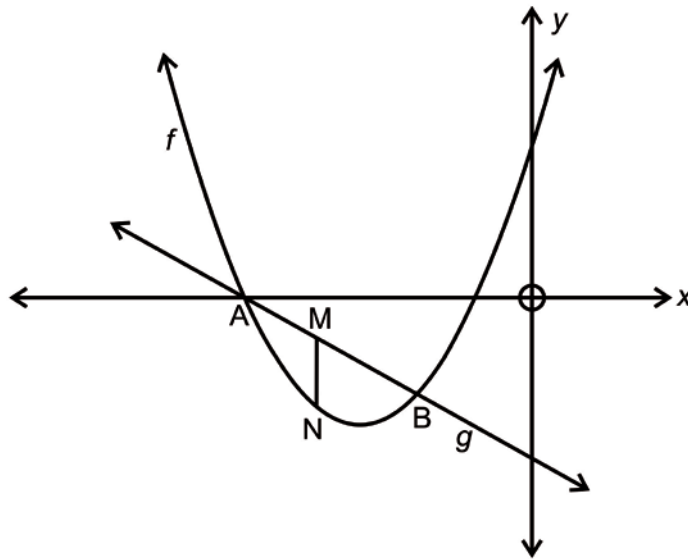
(4) Bepaal f^{-1} , die inverse van f , in die vorm $y = \dots$ (3)

(5) Skets die grafiek van $y = f^{-1}(x)$ op dieselfde assestelsel as die grafiek van $y = f(x)$. Toon die afsnitte met die asse. (3)

[18]

VRAAG 7

Die skets stel die grafieke voor van die funksies $f(x) = x^2 + 6x + 5$ en $g(x) = -x - 5$.



- (a) Herskryf $f(x)$ in die vorm $f(x) = a(x+p)^2 + q$ en skryf vervolgens die draaipunt van die grafiek van f neer. (3)
- (b) (1) Bepaal die koördinate van A en B, die sny punte van die twee grafieke. (4)
- (2) Bepaal vervolgens die waarde(s) van t waarvoor die vergelyking $(x+t)^2 + 6(x+t) + 5 = -(x+t) - 5$ een positiewe en een negatiewe wortel het. (3)
- (c) (1) Bepaal die grootste moontlike waarde van MN indien MN parallel is aan die y -as met M 'n punt op die grafiek van g en N 'n punt op die grafiek van f . (6)
- (2) Bepaal vervolgens of andersins die waarde van k waarvoor $f(x) + k = g(x)$ niereële wortels het. (1)

[17]

VRAAG 8

(a) $(x + 3) + (x - 3) + (12 - x) + \dots$ is 'n konvergente meetkundige reeks.

(1) Toon dat $x \neq -\frac{3}{2}$. (3)

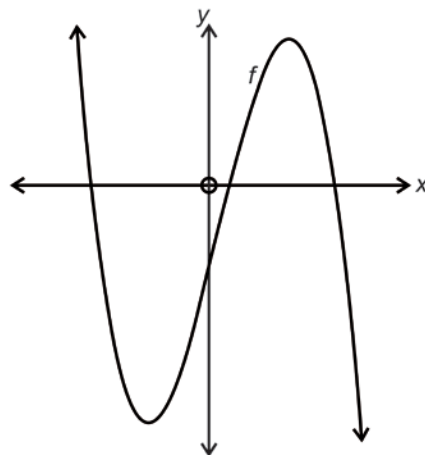
(2) Bepaal die waarde van x . (4)

(b) 'n Meetkundige reeks is sodanig dat $S_4 = 7\frac{1}{2}$; $S_5 = 15\frac{1}{2}$ en $S_6 = 31\frac{1}{2}$.

Bepaal, in terme van n , die som tot n terme van die reeks. (7)
[14]

VRAAG 9

Die grafiek van 'n kubiese funksie f word hieronder geskets.



Die vergelyking van die kromme word gegee as $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx - 3$, waar b en c konstantes is.

$f(1) = 4$ en $f''\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

(a) Bepaal die waardes van b en c . (7)

(b) Bepaal die waardes van x waarvoor die grafiek konkaf boontoe is. (3)
[10]

VRAAG 10

Rond jou antwoord af tot die naaste heelgetal.

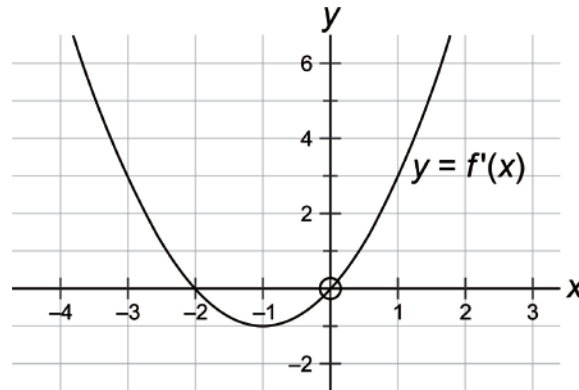
'n Drankie-outomaat kan 'n 340 ml-koppie teen 'n tempo van x ml/s vul.
Indien die tempo tot $(x + 2)$ ml/s toeneem, sal die tyd wat dit neem om die koppie te vul met 3 sekondes verminder word.

Bepaal die oorspronklike tyd geneem om die koppie te vul.

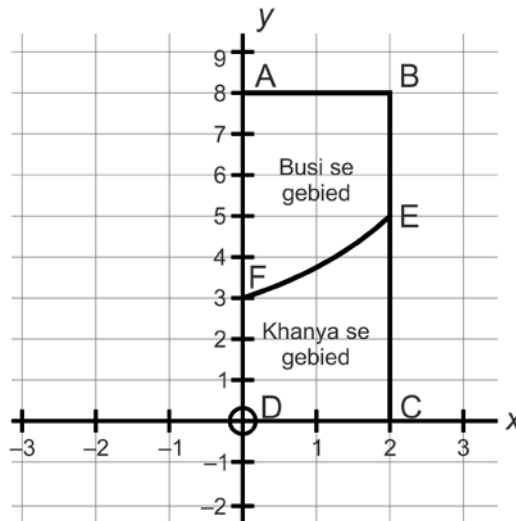
[6]

VRAAG 11

- (a) Die skets stel die grafiek van $y = f'(x)$ voor met x -afsnitte by $(-2;0)$ en $(0;0)$. Die grafiek het 'n draaipunt by $(-1; -1)$.



- (1) Skryf die waarde(s) van x neer waarvoor die raaklyn aan die grafiek van f horisontaal is. (2)
- (2) Teken 'n netjiese skets van $y = f''(x)$. (2)
- (b) Busi en Khanya het grond van hul ouma geërf. Hierdie stuk grond word op die Cartesiese vlak voorgestel as reghoek ABCD. 'n Stroom wat deur die funksie $y = \frac{1}{15}x^3 + \frac{3}{4}x + 3$ vir $x \in [0;2]$ gemodelleer kan word, vloei deur hierdie stuk grond van F tot E soos in die diagram getoon. $F(0;3)$ en $E(2;5\frac{1}{30})$.



Indien Busi en Khanya 'n reguit pad bou, wat 'n raaklyn aan die kromme by F is, met die bedoeling om die stuk grond in twee gebiede te verdeel, bepaal wie die grootste gebied sal ontvang. Toon alle berekeninge.

(7)
[11]

76 punte

Totaal: 150 punte